

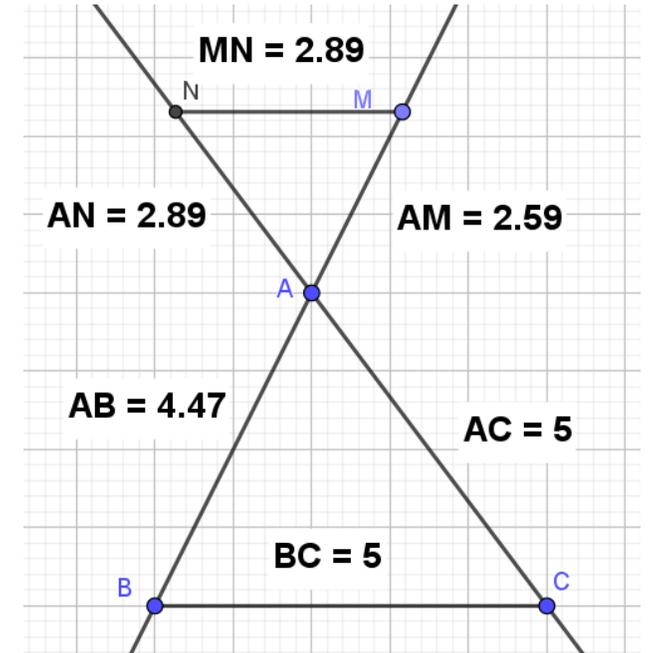
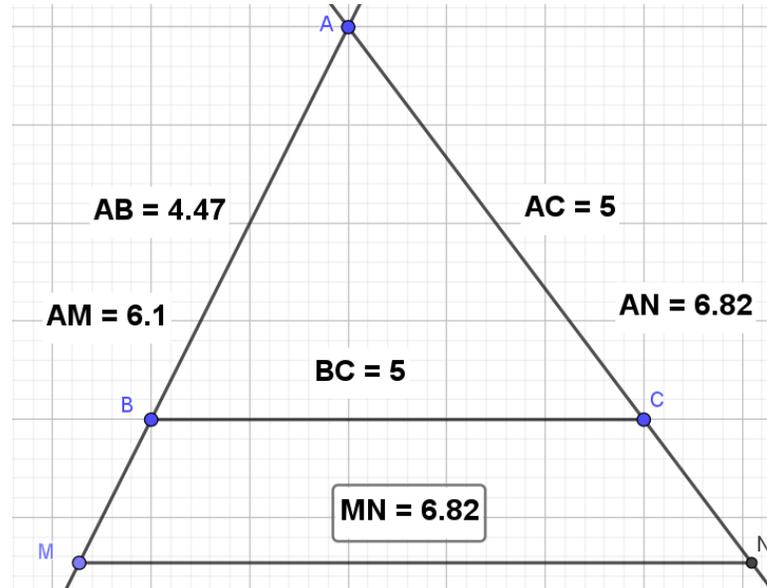
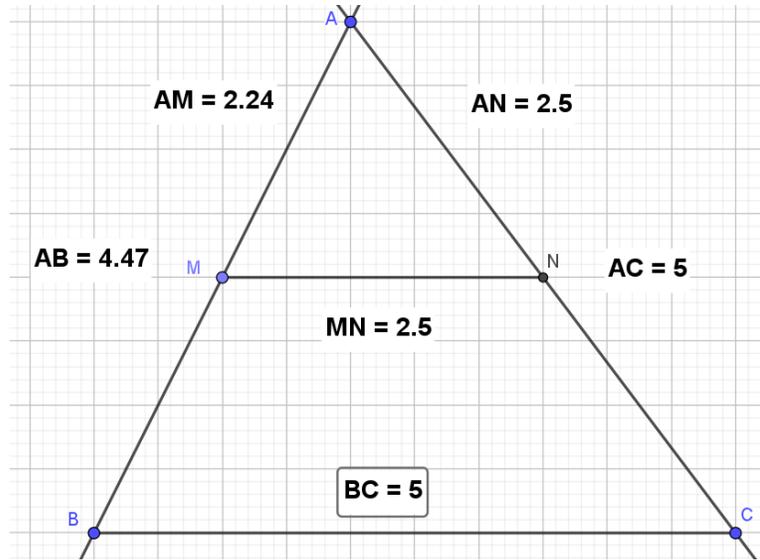
Chapitre 4 Théorème de Thalès

Activité

Dans les trois figures suivantes on a :

- Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A
- Les droites (MN) et (BC) sont parallèles.

Questions : Compléter les trois tableaux en donnant les résultats au 1/10 près .
Que peut-on conjecturer?



$\frac{AM}{AB}$	$\frac{AN}{AC}$	$\frac{MN}{BC}$

$\frac{AM}{AB}$	$\frac{AN}{AC}$	$\frac{MN}{BC}$

$\frac{AM}{AB}$	$\frac{AN}{AC}$	$\frac{MN}{BC}$

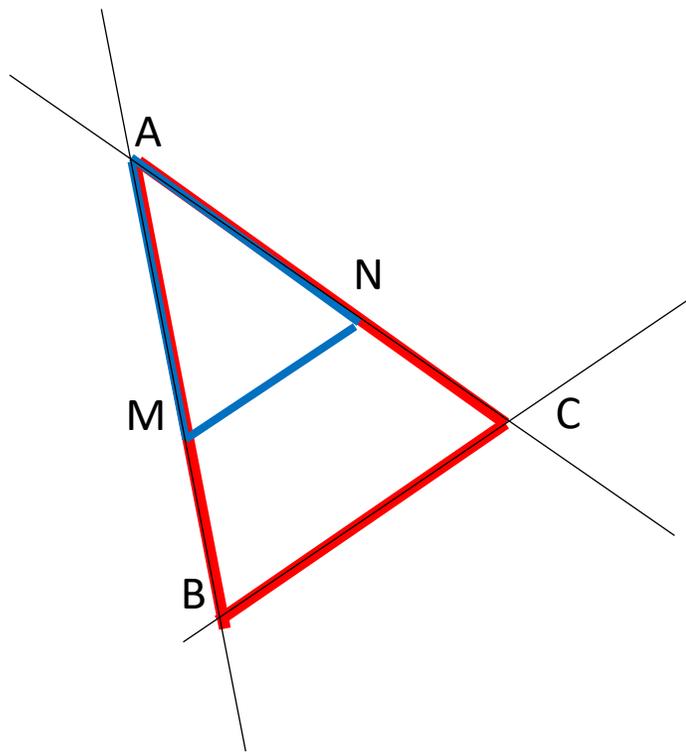
Enoncé du théorème de Thalès (pour toutes les configurations)

Si les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A, et si les droites (BC) et (MN) sont parallèles ,

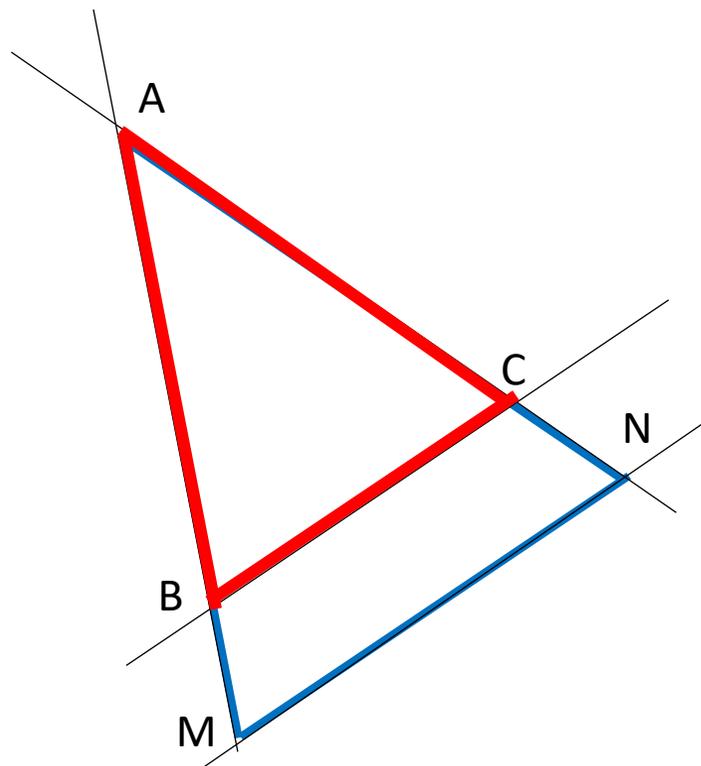
alors
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

On peut écrire également

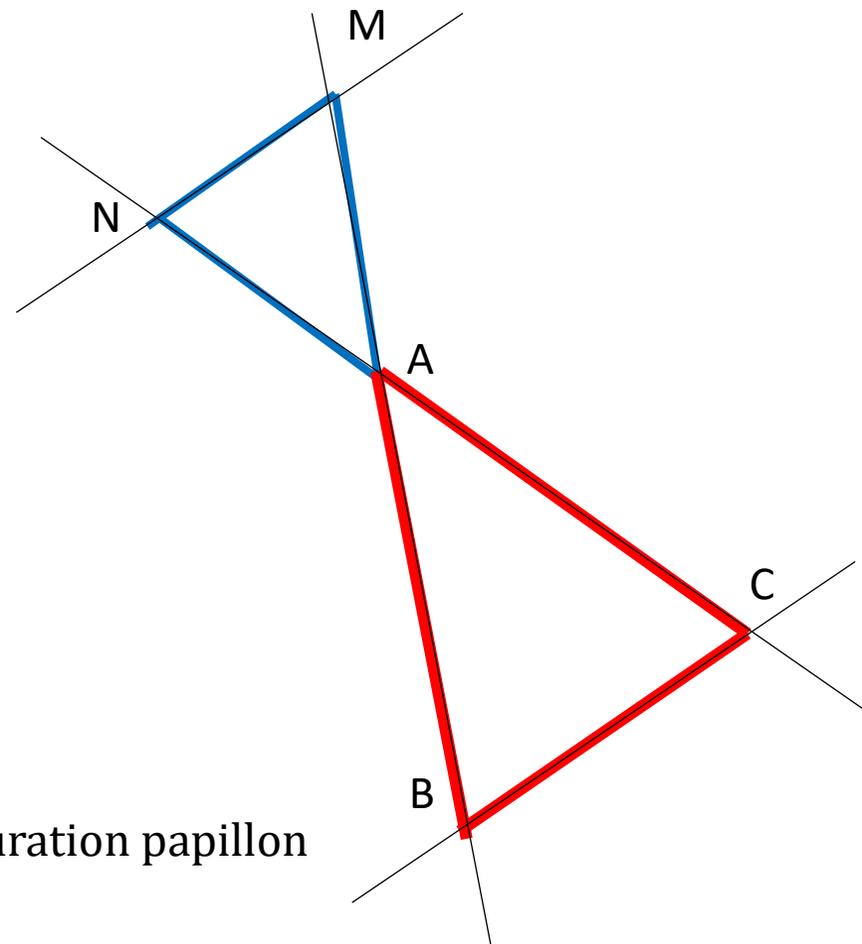
$$\frac{AB}{AM} = \frac{AC}{AN} = \frac{BC}{MN}$$



Configurations classiques

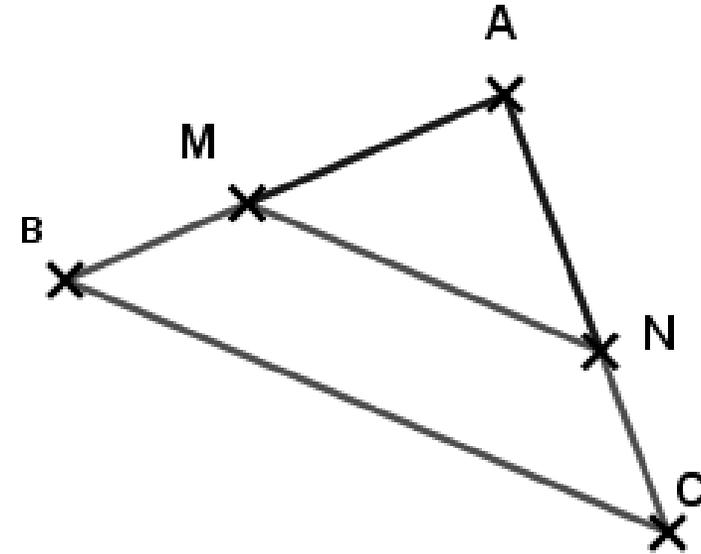


Configuration papillon



Application du théorème de Thalès

Dans la figure ci-contre, les droites (BM) et (CN) se coupent en A ,
les droites (BC) et (MN) sont parallèles
et on a $AM = 4 \text{ cm}$; $MB = 2,5 \text{ cm}$; $AN = 5 \text{ cm}$.
Calculer une valeur approchée à $1/10$ près de AC



1^{ère} étape: vérification des conditions

ABC et AMN sont deux triangles tels que :

- Les droites (BM) et (CN) sont sécantes en A
- les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

On peut donc utiliser le théorème de Thalès

2^{ème} étape : écriture de l'égalité des rapports

→ D'après le théorème de Thalès, on a :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

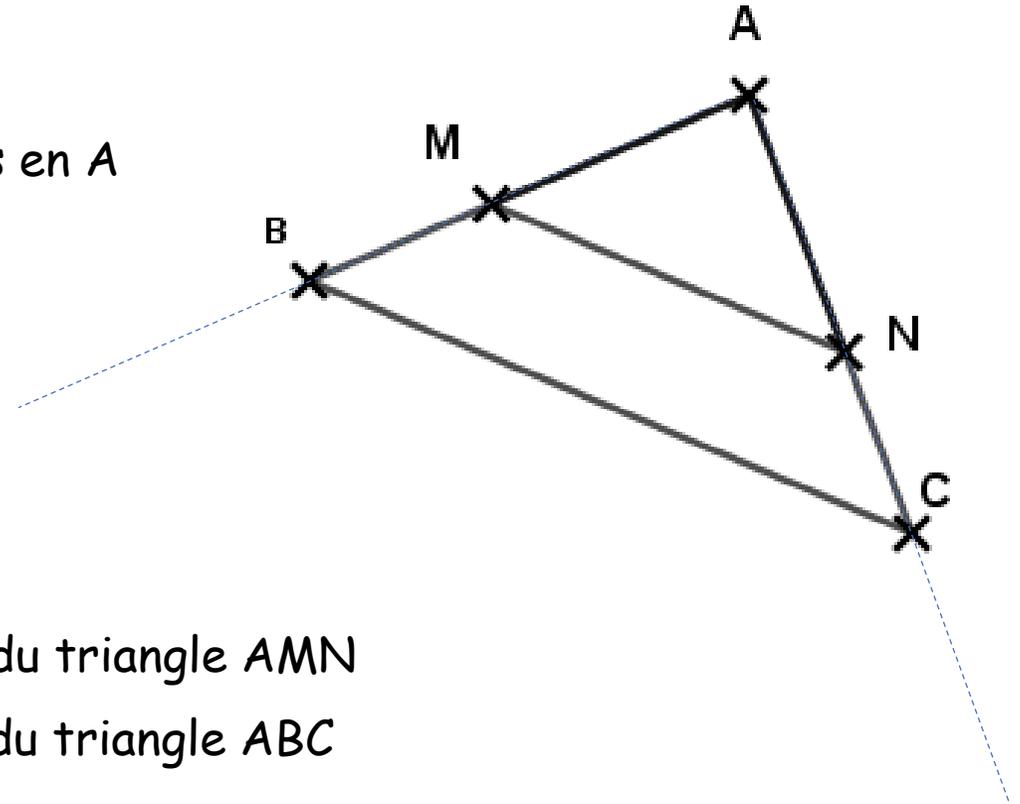
← Côtés du triangle AMN
← Côtés du triangle ABC

$$\frac{4}{6,5} = \frac{5}{AC} = \frac{MN}{BC}$$

$$\frac{4}{6,5} = \frac{5}{AC}$$

Donc

$$AC = \frac{5 \times 6,5}{4} \approx 8,1$$

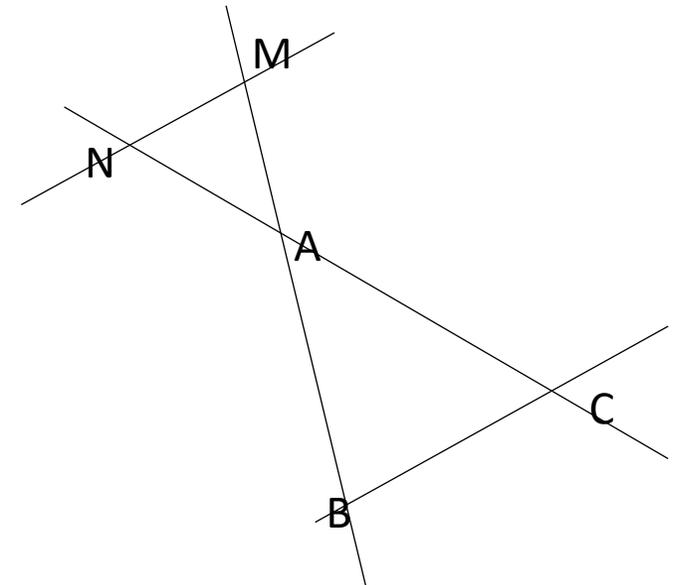
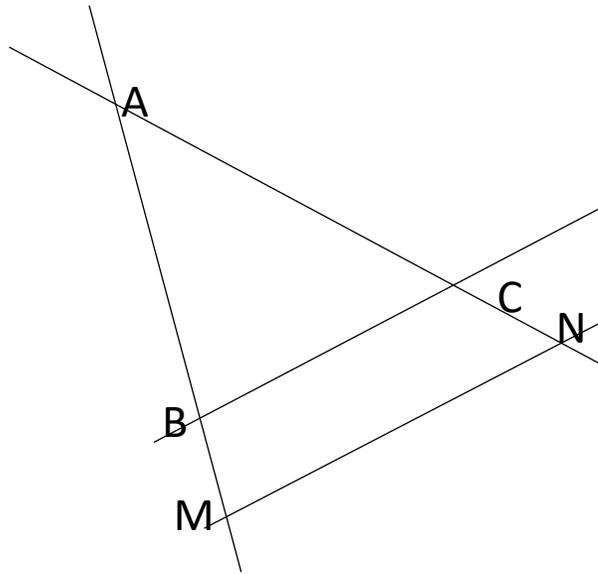
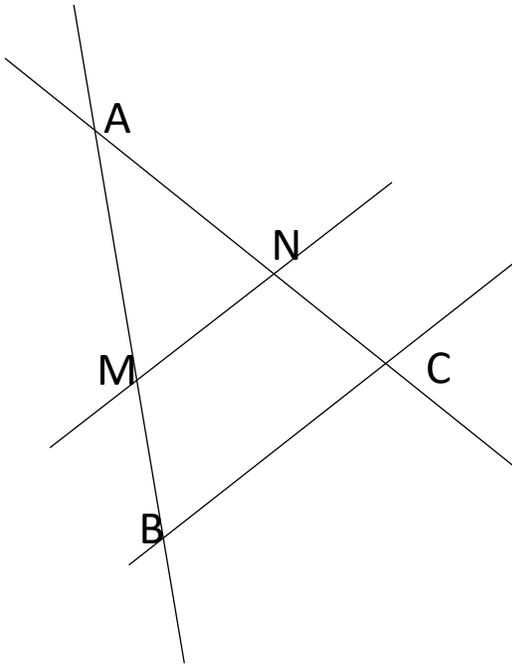


2) Réciproque du théorème de Thalès :

Si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre

et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles

Exemple de différentes situations des points alignés dans le même ordre



Exemple

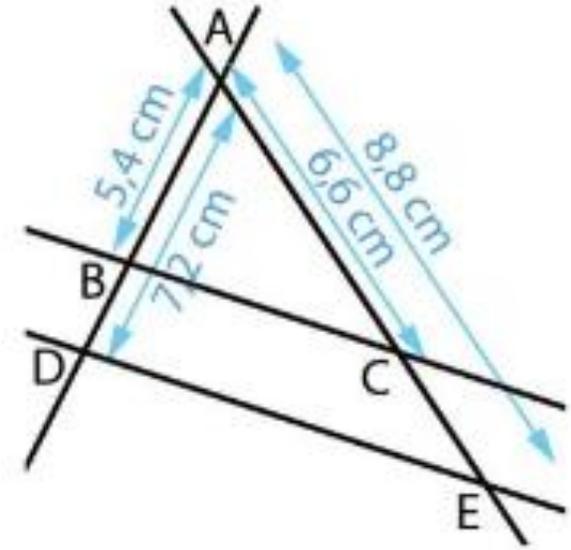
Montrer que les droites (BC) et (DE) sont parallèles .

Les points A,B,D d'une part et A,C,E d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{AB}{AD} = \frac{5,4}{7,2} = 0,75 \quad \text{et} \quad \frac{AC}{AE} = \frac{6,6}{8,5} = 0,75$$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \quad \text{L'égalité de Thalès est vérifiée.}$$

Donc les droites (BC) et (DE) sont parallèles .



❖ Une conséquence (on dit aussi la contraposée de Thalès)

Soient trois points A, B, M d'une part et trois points A, C, N d'autre part alignés dans le même ordre.

Si, $\frac{AM}{AB} \neq \frac{AN}{AC}$, alors les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles

Exemple

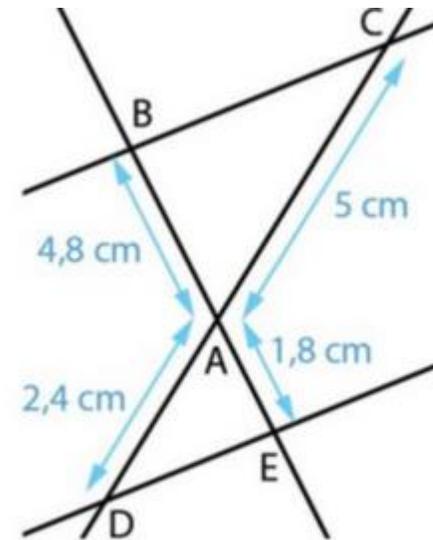
Les droites (BC) et (DE) sont-elles parallèles?

Les points B,A,E d'une part et C,A,D d'autre part sont alignés dans le même ordre.

$$\frac{AE}{AB} = \frac{1,8}{4,8} = 0,375 \quad \text{et} \quad \frac{AD}{AC} = \frac{2,4}{5} = 0,48$$

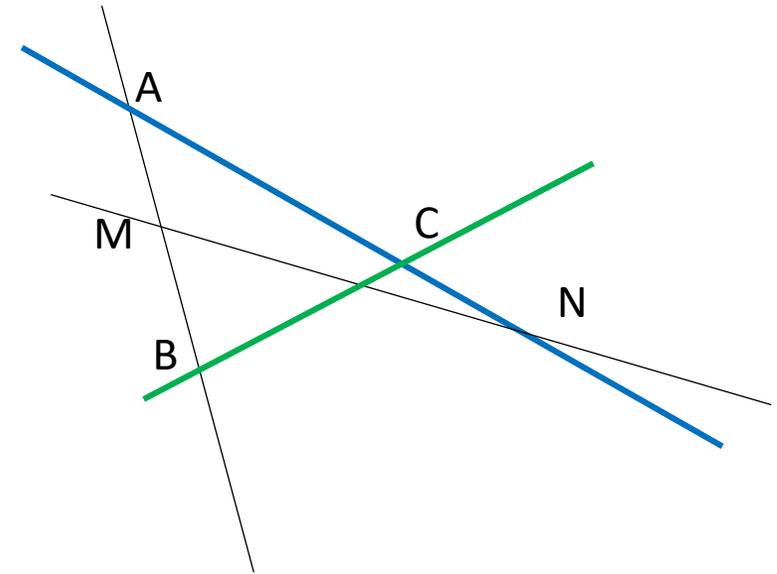
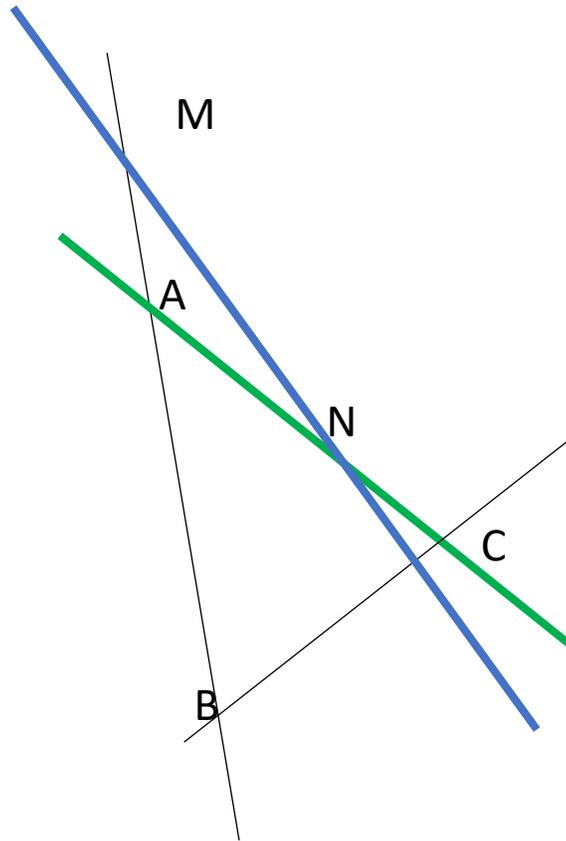
$$\frac{AE}{AB} \neq \frac{AD}{AC} \quad : \quad \text{L'égalité de Thalès est vérifiée.}$$

Donc les droites (BC) et (DE) ne sont pas parallèles .



Exemple de situations des point non alignés dans le même ordre

les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part ne sont pas alignés dans le même ordre

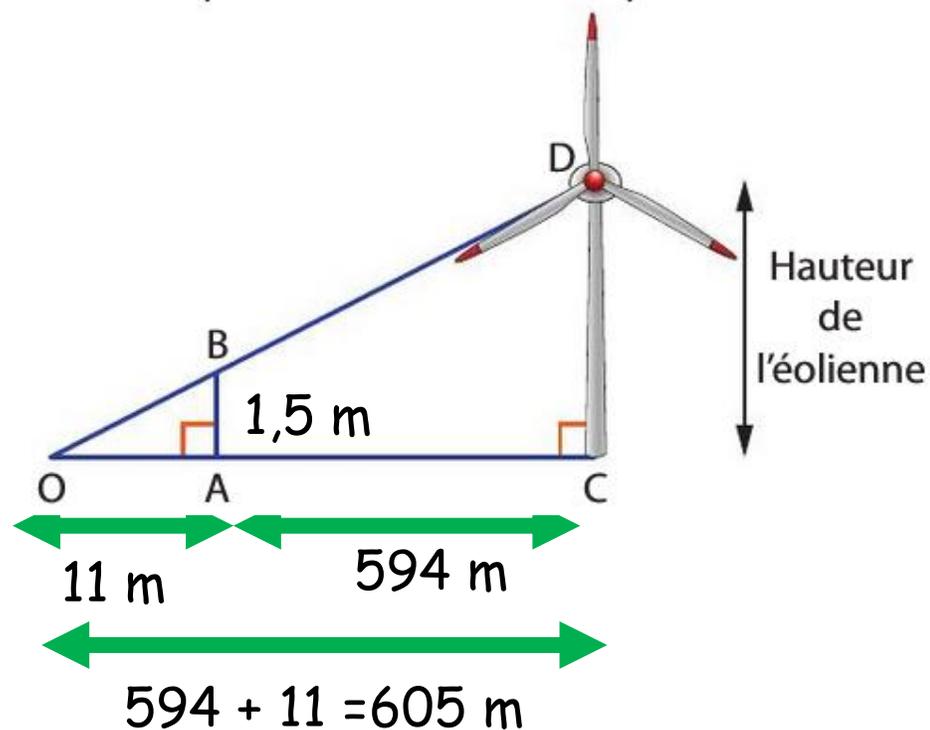


Exercices avec correction détaillée

19

Pour trouver la hauteur d'une éolienne, on a les renseignements suivants :

- les points O, A et C sont alignés ;
- les points O, B et D sont alignés ;
- $OA = 11$ m, $AC = 594$ m et $AB = 1,5$ m.



1. Démontrer que les droites (AB) et (CD) sont parallèles.
2. Calculer la hauteur CD de l'éolienne.

D'après DNB 2009.

1. Les droites (AB) et (CD) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (OC), donc elles sont parallèles.

2.

- Les droites (AC) et (BD) sont sécantes en O
- Les droites (AB) et (CD) sont parallèles

donc d'après le théorème de Thalès :

$$\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$$

On en déduit que: $\frac{11}{605} = \frac{1,5}{CD}$

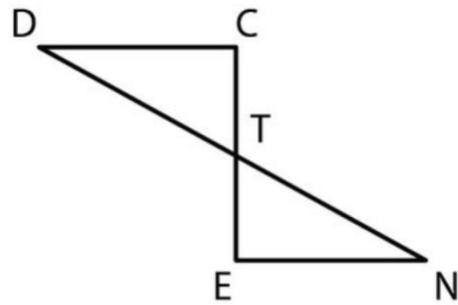
$$\begin{aligned} \text{Donc } CD &= \frac{1,5 \times 605}{11} \\ &= 82,5\text{m} \end{aligned}$$

L'éolienne a une hauteur de 82,5 m.

22

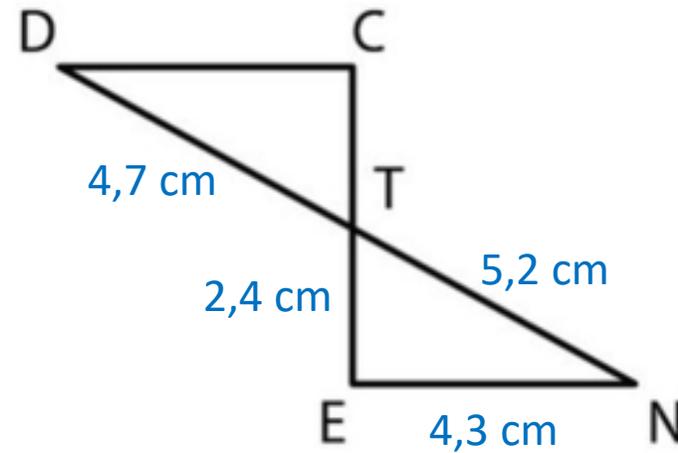


Dans la figure ci-contre, les droites (DC) et (EN) sont parallèles, et (DN) et (CE) se coupent en T. On donne les mesures suivantes :



On donne les mesures suivantes :
 $DT = 4,7 \text{ cm}$, $TN = 5,2 \text{ cm}$, $EN = 4,3 \text{ cm}$ et $ET = 2,4 \text{ cm}$.

- Calculer une valeur approchée, au millimètre près, des longueurs DC et CT.



Correction

- Les droites (DN) et (CE) sont sécantes en T
- Les droites (DC) et (EN) sont parallèles

Donc d'après le théorème de Thalès on a :

$$\frac{TC}{TE} = \frac{TD}{TN} = \frac{DC}{EN}$$

$$\frac{TC}{2,4} = \frac{4,7}{5,2} = \frac{DC}{4,3}$$

Calculons TC

$$\frac{TC}{2,4} = \frac{4,7}{5,2}$$

$$TC = \frac{4,7 \times 2,4}{5,2}$$

$$TC = 2,1692 \dots$$

$$= 2,2$$

au millimètre près

Calculons DC

$$\frac{4,7}{5,2} = \frac{DC}{4,3}$$

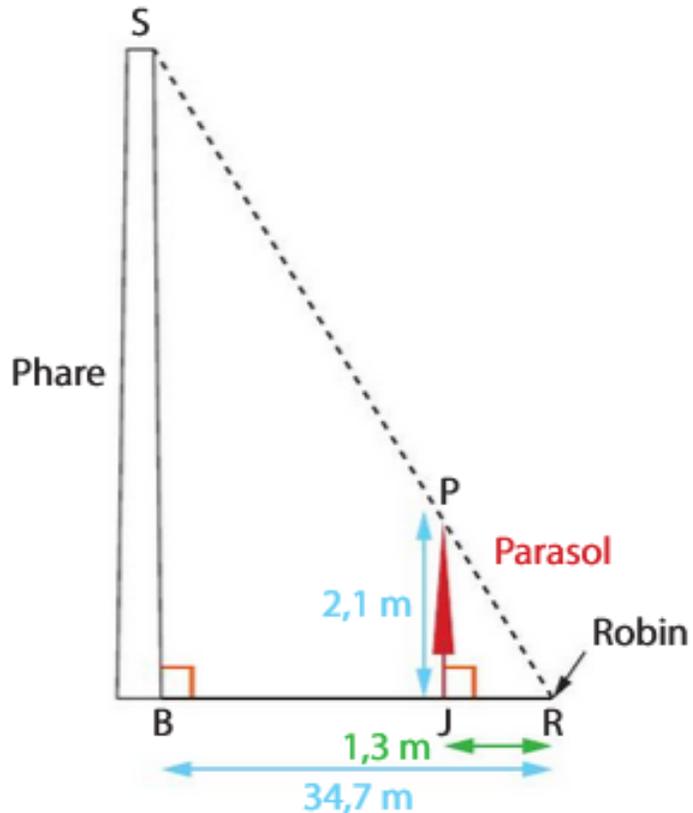
$$DC = \frac{4,7 \times 4,3}{5,2}$$

$$DC = 3,886 \dots$$

$$= 3,9$$

au millimètre près

- 23 Lors d'une sieste sur la plage, Robin a remarqué qu'il était en parfait alignement avec le sommet d'un parasol et le sommet du phare. Il a pris des mesures et a réalisé le schéma ci-dessous pour trouver une estimation de la hauteur du phare. Les points B, J et R sont au sol, qui est horizontal. Le parasol et le phare sont perpendiculaires au sol.



- Quelle hauteur, arrondie au mètre, va-t-il trouver à l'aide de son plan ? Justifier la réponse.

D'après DNB 2016.

RSB et RPJ sont deux triangles tels que :

- Les droites (PS) et (BJ) sont sécantes en R
- les droites (PJ) et (BS) sont toutes deux perpendiculaires à la droite (BR), donc elles sont donc parallèles.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{RP}{RS} = \frac{RJ}{RB} = \frac{PJ}{BS}$

On en déduit que: $\frac{1,3}{34,7} = \frac{2,1}{BS}$

$$\text{Donc } BS = \frac{2,1 \times 34,7}{1,3} \approx 56\text{m}$$

Le phare a une hauteur d'environ 56 m.