

Sens de la proportionnalité :

Le mot proportionnalité est construit à partir de 2 mots : Proportionnalité



- On peut donc écrire : Proportionnalité \Leftrightarrow Proportions + Egalité.
- Ce qui veut dire Proportionnalité \Leftrightarrow Egalité des Proportions.
- Ce qui veut dire Proportionnalité \Leftrightarrow Egalité des Fractions.

L'étymologie du mot proportionnalité pose en fait le fondement mathématique de la proportionnalité :

La Proportionnalité repose sur l'Egalité des Fractions !

En pratique : Quand on a affaire à une situation de proportionnalité, il faut automatiquement penser à utiliser l'égalité des fractions formées par les colonnes du tableau correspondant. Et vice versa.

1

Reconnaître la proportionnalité

OBJECTIF 1

DÉFINITION Dire que deux grandeurs sont proportionnelles signifie que les valeurs de l'une s'obtiennent en multipliant (ou en divisant) les valeurs de l'autre par un même nombre non nul, appelé coefficient de proportionnalité.

1

Reconnaître un tableau de proportionnalité

OBJECTIF 1

DÉFINITION Dire qu'un tableau de nombres à deux lignes est un tableau de proportionnalité signifie que l'on obtient les nombres d'une ligne en multipliant ceux de l'autre ligne par un même nombre que l'on appelle coefficient de proportionnalité.

Exemple

Le prix de cerises vendues 2,70 € le kilogramme est proportionnel à leur masse.
Ce tableau donne le prix à payer selon la masse de cerises achetées :

| | | | | |
|--------------------------|------|------|------|-------|
| Masse de cerises (en kg) | 0,5 | 1 | 2 | 5 |
| Prix (en euros) | 1,35 | 2,70 | 5,40 | 13,50 |

Les quotients $\frac{1,35}{0,5} = \frac{2,70}{1} = \frac{5,40}{2} = \frac{13,50}{5}$ sont tous égaux à 2,70.

| | | | | |
|-------------------------|------|------|------|-------|
| Masse de pommes (en kg) | 1 | 2 | 4 | 10 |
| Prix à payer (en €) | 1,30 | 2,60 | 5,20 | 13,00 |

1,3

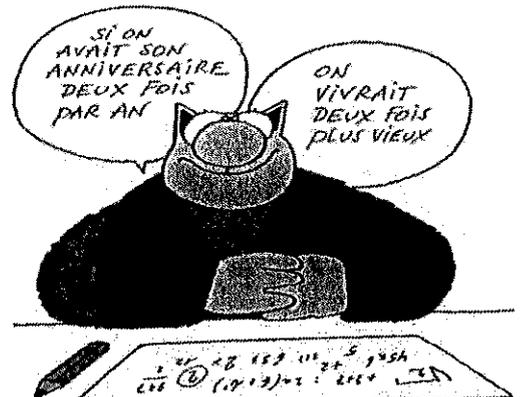
Pour obtenir le prix des pommes, on multiplie toujours la masse par le même nombre 1,3.



La taille n'est donc pas proportionnelle à l'âge.

| | | | | |
|-------------------------|------|---|------|------|
| Age de Caro (en années) | 1 | 5 | 10 | 20 |
| Taille de Caro (en m) | 0,60 | 1 | 1,40 | 1,70 |

On remarque dans le tableau que l'on ne multiplie pas l'âge par un même nombre pour obtenir la taille.



5 Ces tableaux sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

| | | | | |
|----|----------------|----|-----|-----|
| a. | Temps (en min) | 10 | 20 | 30 |
| | Volume (en L) | 15 | 30 | 45 |
| b. | Temps (en min) | 10 | 20 | 30 |
| | Volume (en L) | 50 | 150 | 250 |

Dire en justifiant si les publicités suivantes traduisent des situations de proportionnalité.



2 Les situations suivantes sont-elles des situations de proportionnalité ?

- À 6 ans, Arthur chaussait du 30. Aujourd'hui, à 12 ans, il chausse du 37.
- Lundi, Léon a acheté 3 salades pour 4,50 €. Aujourd'hui, il a acheté 2 salades pour 3,00 €.
- Léa mesure 1,40 m et pèse 40 kg. Hugo mesure 1,60 m et pèse 60 kg.

3 Ces tableaux sont-ils des tableaux de proportionnalité ?

| | | | | |
|----|-------------------------|---|----|----|
| a. | Temps (en h) | 1 | 2 | 3 |
| | Prix de location (en €) | 5 | 10 | 15 |
| b. | Temps (en h) | 1 | 2 | 3 |
| | Prix de location (en €) | 8 | 10 | 12 |

4 Dans chaque série, supprimer une des données pour obtenir une situation de proportionnalité.

Recette du fondant au chocolat

- 300 g de chocolat et 200 g de farine
- 600 g de chocolat et 400 g de farine
- 800 g de chocolat et 500 g de farine
- 150 g de chocolat et 100 g de farine

Déplacement à vélo

- 20 km en 1 h
- 5 km en 15 min
- 50 km en 2 h 30 min
- 70 km en 3 h 15 min

2

Compléter un tableau de proportionnalité

OBJECTIF 2

1 Voici trois tableaux de proportionnalité donnant les proportions de fruits et de sucre pour trois recettes de dessert :

Coulis de fraises

| | | |
|------------------------|-----|-----|
| Masse de fruits (en g) | 300 | 900 |
| Masse de sucre (en g) | 140 | |

Confiture de framboises

| | | |
|------------------------|-----|-----|
| Masse de fruits (en g) | 800 | |
| Masse de sucre (en g) | 400 | 250 |

Compote de pommes

| | | | |
|------------------------|-----|------|------|
| Masse de fruits (en g) | 400 | 1000 | 1400 |
| Masse de sucre (en g) | 96 | 240 | |

Recopier et compléter ces trois tableaux à l'aide de la méthode suggérée par les flèches.

2 Reproduire et compléter le tableau de proportionnalité ci-contre en utilisant pour chaque calcul la méthode la plus adaptée.

| | | | | | |
|---|----|----|----|----|-----|
| 5 | 13 | 26 | 31 | | |
| 8 | 20 | | | 80 | 100 |

3 Trouver plusieurs méthodes pour résoudre le problème suivant :

Si quatre litres de jus d'orange coûtent 7 €, combien coûtent six litres de jus d'orange ?

On suppose qu'il y a proportionnalité entre le prix à payer et le nombre de litres de jus d'orange.

DÉFINITION Dans un tableau de proportionnalité à quatre cases, si l'on connaît trois valeurs alors on peut calculer la valeur manquante, appelée la quatrième proportionnelle.

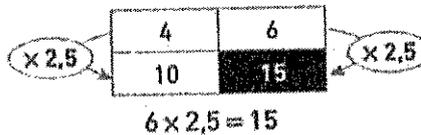
| | |
|---|---|
| a | b |
| c | ? |

Exemple

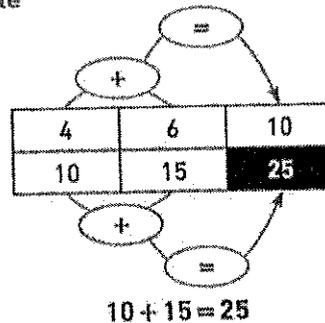
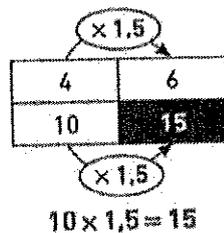
Un robinet fuit et la quantité d'eau perdue est proportionnelle au temps qui passe. On peut compléter ce tableau par différentes méthodes :

| | | | |
|-----------------------|----|---|----|
| Temps (en h) | 4 | 6 | 10 |
| Quantité d'eau (en L) | 10 | | |

- En utilisant le passage à l'unité
En 4 heures, on perd 10 litres.
Donc en 1 heure, on en perd 4 fois moins : $10 : 4 = 2,5$ L.
Et en 6 heures, on en perd 6 fois plus : $6 \times 2,5 = 15$ L.
- En utilisant le coefficient de proportionnalité



- En utilisant les propriétés de la proportionnalité



5me

16 Les deux tableaux suivants sont des tableaux de proportionnalité. Compléter chacun d'eux, sans déterminer le coefficient de proportionnalité.

a.

| | | | |
|-------------------------|---|----|----|
| Nombre de pas en marche | 3 | 12 | 15 |
| Distance (en m) | 2 | | |

b.

| | | | |
|------------------------------------|------|----|----|
| Nombre de foulées en course à pied | 5 | 10 | 15 |
| Distance (en m) | 6,20 | | |

17 Ces tableaux sont des tableaux de proportionnalité. Recopier et compléter chacun d'eux, après avoir déterminé leur coefficient de proportionnalité.

a.

| | | | |
|------------------------|---|---|----|
| Masse de sucre (en kg) | 2 | 9 | 12 |
| Prix à payer (en €) | 8 | | |

b.

| | | | |
|--------------------------------|----|---|----|
| Volume de jus de fruits (en L) | 5 | 7 | 12 |
| Prix à payer (en €) | 15 | | |

18 Ces tableaux sont des tableaux de proportionnalité. Recopier et compléter chacun d'eux, sans déterminer le coefficient de proportionnalité.

a.

| | | | |
|--------------------|----|----|----|
| Durée (en seconde) | 4 | 12 | 16 |
| Distance (en m) | 70 | | |

b.

| | | | |
|--------------------|-----|---|----|
| Durée (en seconde) | 6 | 9 | 15 |
| Distance (en m) | 800 | | |

Je m'entraîne 1

19 Reproduire et compléter les quatre tableaux de proportionnalité suivants en utilisant, pour chacun d'eux, la méthode la plus adaptée.

a.

| | | | |
|------------------|---|---|--|
| Nombre de boîtes | 2 | 8 | |
| Masse (en kg) | 6 | | |

b.

| | | | |
|-------------------|------|----|--|
| Nombre de bonbons | 4 | 20 | |
| Prix (en €) | 0,50 | | |

c.

| | | | |
|------------------------|------|-------|--|
| Masse de pomme (en kg) | 4 | | |
| Prix (en €) | 7,20 | 12,00 | |

d.

| | | | |
|-----------------|----|----|--|
| Temps (en s) | 20 | | |
| Distance (en m) | 50 | 80 | |

20 Les maths autour de moi Reproduire les deux tableaux de proportionnalité suivants et les compléter.

a.

| | | | |
|----------------------------|-------|---|-------|
| Nombre de places de cinéma | 2 | 5 | |
| Prix (en €) | 12,00 | | 60,00 |

Je m'entraîne 2

23 Reproduire et compléter les quatre tableaux de proportionnalité suivants en utilisant, pour chacun d'eux, la méthode la plus adaptée.

a.

| | | | |
|----|---|----|-----|
| Kg | 3 | | 4,2 |
| € | 5 | 12 | |

b.

| | | | |
|---|---|---|-----|
| L | 2 | 9 | |
| € | 7 | | 4,9 |

c.

| | | | |
|---|-----|-----|---|
| m | | 1,2 | 3 |
| € | 7,2 | | 8 |

d.

| | | | |
|----------------|------|---|------|
| m ² | | 5 | 6 |
| € | 0,24 | | 0,15 |

24 Les maths autour de moi Reproduire et compléter les tableaux de proportionnalité suivants :

a.

| | | | |
|---------------------------------------|------|----|------|
| Nombre de cartes Pocket moon achetées | 8 | 12 | |
| Prix (en €) | 2,50 | | 8,75 |

2

Utiliser la proportionnalité

Il existe plusieurs méthodes pour calculer une grandeur par proportionnalité. Nous allons les découvrir à travers l'exemple du calcul d'une grandeur : le prix d'un jus d'orange selon la quantité achetée.

Exemple

4 litres de jus d'orange coûtent 7,20 €. Sachant que le prix est proportionnel à la quantité de jus d'orange, quel est le prix de 6 litres, de 8 litres et de 14 litres de jus d'orange ?

- Calcul du prix de 8 L de jus d'orange à l'aide de la méthode multiplicative
- On connaît le prix de 4 L de jus d'orange, on cherche celui de 8 litres.
- On remarque que 8 est le double de 4, en effet $4 \times 2 = 8$.
- On achète 2 fois plus de jus d'orange, on paye donc 2 fois plus cher.
- On calcule $7,20 \times 2 = 14,40$.

| | | |
|-------------------------------|------|-------|
| Volume de jus d'orange (en L) | 4 | 8 |
| Prix (en €) | 7,20 | 14,40 |

Le prix de 8 litres de jus d'orange est donc de 14,40 €.

- Calcul du prix de 6 L de jus d'orange à l'aide de la méthode du passage par l'unité (coefficient de proportionnalité)
- On calcule combien coûte 1 litre de jus d'orange : $7,20 : 4 = 1,80$.

On peut remplir la deuxième colonne du tableau de proportionnalité.

| | | |
|-------------------------------|------|------|
| Volume de jus d'orange (en L) | 4 | 1 |
| Prix (en €) | 7,20 | 1,80 |

1,8 est le coefficient de proportionnalité.

- On calcule le prix de 6 litres de jus d'orange : $6 \times 1,8 = 10,80$.
- On peut remplir la troisième colonne du tableau de proportionnalité.

| | | | |
|-------------------------------|------|------|-------|
| Volume de jus d'orange (en L) | 4 | 1 | 6 |
| Prix (en €) | 7,20 | 1,80 | 10,80 |

Le prix de 6 litres de jus d'orange est donc de 10,80 €.

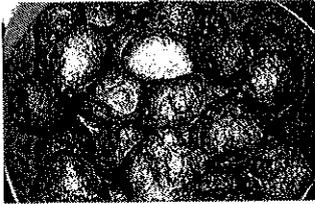
- Calcul du prix de 14 L de jus d'orange à l'aide de la méthode additive
- On veut calculer le prix de 14 litres de jus d'orange.
- On connaît le prix de 6 litres et 8 litres de jus.
- On remarque que 14 est la somme de 6 et 8.

Le prix de 14 litres est donc égal à la somme du prix de 6 litres et du prix de 8 litres :
10,80 + 14,40 = 25,20.

| | | | |
|-------------------------------|-------|-------|-------|
| Volume de jus d'orange (en L) | 6 | 8 | 14 |
| Prix (en €) | 10,80 | 14,40 | 25,20 |

Le prix de 14 litres de jus d'orange est donc de 25,20 €.

Recette des goulas goulas pour 5 personnes



- 1 kg de farine
- 200 g sucre
- 1 à 2 sachets de levure
- 0,5 L d' eau ou du lait

1. Combien me faudrait-il de sucre avec la même recette pour 16 personnes ?
2. Il me reste 1,4 Kg de farine, cela correspond à combien de personnes ?
3. En réalité j'ai 0,800 Kg de farine, si je veux tout utiliser, quelles seraient les proportions des autres ingrédients ?

29 8 oranges coûtent 4 €, 3 citrons coûtent 2 € et 7 poires coûtent 4 €.

1. Quel est le fruit le plus cher ?
2. Quel est le fruit le moins cher ?

Exercice 101

Omar qui mesure 1,40 cm est pris en photo au pied d'un baobab. Sur la photo, Omar mesure 3,2 cm et le baobab 24 cm. Calcule la hauteur du baobab.

31 Sur un plan à l'échelle 1/1000, donner la distance entre deux points éloignés en réalité de :
a. 1 300 m b. 500 m c. 50 m d. 3 km

35 Calculer les distances réelles correspondant aux distances suivantes mesurées sur un plan à l'échelle 1/50 :

- a. 4 cm b. 5,1 cm
- c. 13 cm d. 24,7 cm

36 Les poissons rouges et les poissons bleus sont-ils dans le même ratio dans les deux groupes ? Si oui, quel est ce ratio ?



Je m'entraîne 2

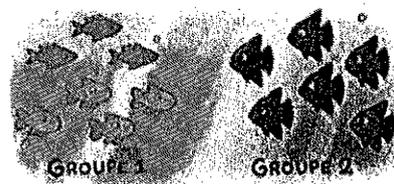
30 Au zoo, Emma utilise un plan à l'échelle 1/500. Recopier et compléter le tableau suivant :

| | | | | |
|-------------------------------|-----|-----|-------|------|
| Distances réelles (en cm) | 500 | ... | 3 500 | ... |
| Distances sur le plan (en cm) | 1 | 4,2 | ... | 13,2 |



40 Sur une carte à l'échelle 1/25 000, donner la distance entre deux points éloignés en réalité de :
a. 500 m b. 2 000 m
c. 3,7 km d. 12 km

41 Combien de poissons bleus faut-il rajouter dans le Groupe 2 pour que les deux groupes soient dans le même ratio ?



4 Utiliser et déterminer des pourcentages OBJECTIF 4

DÉFINITION Un pourcentage de $t\%$ traduit une situation de proportionnalité de coefficient $\frac{t}{100}$. Donc appliquer un taux de $t\%$ revient à multiplier par $\frac{t}{100}$.

Exemple : Dans une classe de 30 élèves, 60 % des élèves pratiquent un sport.
Il y a donc $30 \times \frac{60}{100} = 30 \times 0,6 = 18$ sportifs.

DÉFINITION Déterminer un pourcentage, c'est déterminer une proportion écrite sous forme d'une écriture fractionnaire de dénominateur 100.

Exemple : Parmi les 500 élèves d'un collège, 120 étudient l'allemand ce qui correspond à $\frac{120}{500} = 0,24 = 24\%$ des élèves du collège.

A - Appliquer un taux de pourcentage

DÉFINITION Un pourcentage de $t\%$ traduit une situation de proportionnalité de coefficient $\frac{t}{100}$.

Donc appliquer un taux de $t\%$ à une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple

J'ai acheté une tablette de chocolat de 250 g, contenant 60 % de cacao.

Quelle masse de cacao contient ma tablette ?

Prendre 60 % de 250 g, c'est se demander : 60 g pour 100 g, c'est combien, dans la même proportion, pour 250 g ?

Calculer 60 % d'un nombre revient donc à multiplier ce nombre par $\frac{60}{100}$.

60 % de 250 $\frac{60}{100}$ 250 = 150.

| | | | |
|-----------------------------|-----|-----|--------|
| Masse de la tablette (en g) | 100 | 250 | 60/100 |
| Masse de cacao (en g) | 60 | 150 | |

Il y a donc 150 g de cacao dans ma tablette de chocolat de 250 g.

B - Appliquer une échelle.

B. 2^{ème} exemple : Echelle et Proportionnalité.

➤ Sur la reproduction d'un dessin à l'échelle 3, les Longueurs Dessinées sont obtenues en multipliant les Longueurs Réelles par le même coefficient de proportionnalité qui vaut évidemment

L'échelle 3 signifie : « Si la longueur réelle vaut 1, alors la longueur dessinée correspondante vaudra »

D'où la formule : Longueurs dessinées = × Longueurs

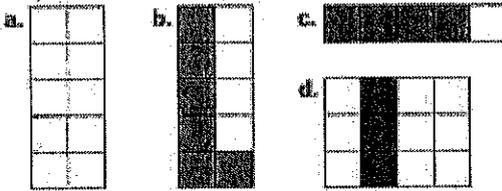
Complétez le tableau de proportionnalité correspondant.

| | | | | | | |
|-----------------------------|---|----|-----|-----|-----|--|
| Longueurs Réelles (en cm) | 1 | 50 | | 200 | | |
| Longueurs Dessinées (en cm) | 3 | | 300 | | 210 | |

34 QUESTIONS FLASH

1. Calculer les montants demandés :
- a. 10 % de 30 € ; b. 30 % de 30 € ;
 - c. 70 % de 70 € ; d. 15 % de 300 €.
2. Calculer les quantités demandées :
- a. 60 % de 30 élèves ; b. 75 % de 200 L ;
 - c. 45 % de 400 kg ; d. 95 % de 10 000 Mo.
3. Calculer mentalement :
- a. 50 % de 120 élèves ; b. 25 % de 120 élèves ;
 - c. 10 % de 120 élèves ; d. 20 % de 120 élèves.

35 Pour chaque figure, dire quel pourcentage est colorié :



36 Recopier d'une même couleur les nombres égaux :

| | | | |
|------|------------------|------------------|------|
| 10 % | 0,5 | $\frac{1}{10}$ | 25 % |
| 0,67 | $\frac{67}{100}$ | $\frac{50}{100}$ | 67 % |
| 50 % | 0,25 | $\frac{1}{4}$ | 0,1 |

37 OCM



Choisir la bonne réponse parmi celles-ci :

- Ⓐ La tablette pèse 72 g.
- Ⓑ La tablette contient 72 g de cacao.
- Ⓒ La tablette contient 72 carreaux.
- Ⓓ Si je mange 100 g de cette tablette, je mange 72 g de cacao.

38 Prendre une étiquette de chaque couleur pour écrire des phrases correctes.

- Prendre 25 % d'une quantité. c'est en prendre la moitié.
- Prendre 50 % d'une quantité. c'est en prendre le double.
- Prendre 75 % d'une quantité. c'est en prendre le quart.
- Prendre 100 % d'une quantité. c'est en prendre les trois quarts.
- Prendre 200 % d'une quantité. c'est la prendre en entier.

100. Calculer de tête :

- | | | |
|----------------------|------------------------|----------------|
| 100 % de 26 élèves | 20 % de 45 m | 50% de 1000 € |
| 10 % de 100 billes | 25 % de 4000 habitants | 1 % de bonbons |
| 3 % de 100 étudiants | 90 % de 1 000 kg | |

101,

A) Sur 25 élèves d'une classe, 20 ont réussi leur contrôle. Calcule le pourcentage d'élèves qui a réussi.

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |

.....

B) Sur 200 employés d'une usine il y a 40 femmes. Calcule le pourcentage de femmes dans cette usine.

| | | |
|--|--|--|
| | | |
| | | |

.....

5me

C.Bellanger

4 Recopier et relier les proportions et les pourcentages correspondants :

- | | |
|-----------------|--------|
| $\frac{1}{4}$ | • 50 % |
| $\frac{2}{5}$ | • 60 % |
| $\frac{30}{50}$ | • 40 % |
| $\frac{12}{24}$ | • 25 % |

58 Calculer mentalement les quantités demandées :

- a. 17 % de 80 Mo ; b. 31 % de 2 km ;
c. 72 % de 50 L ; d. 250 % de 70 €.

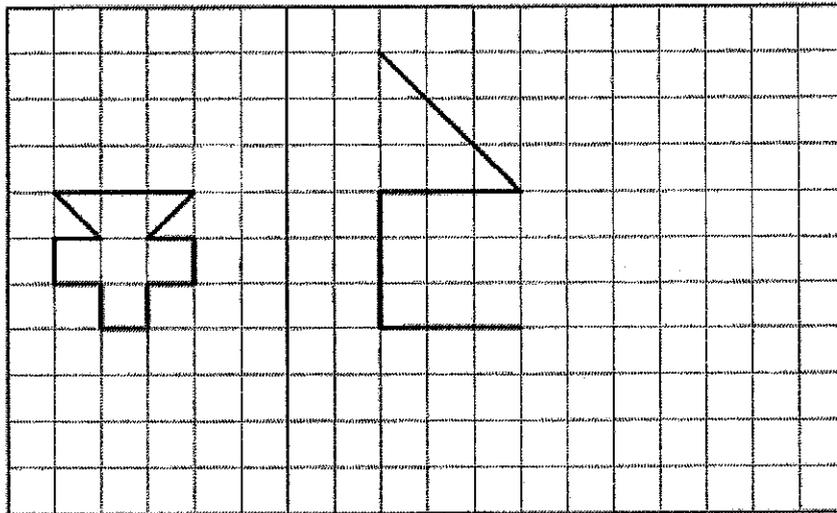
59 Exprimer les proportions suivantes en pourcentage :

- a. $\frac{41}{50}$ b. $\frac{8}{10}$ c. $\frac{3}{4}$ d. $\frac{17}{20}$

102 complète la figure 4 qui est à l'échelle $\frac{3}{1}$

figure 3

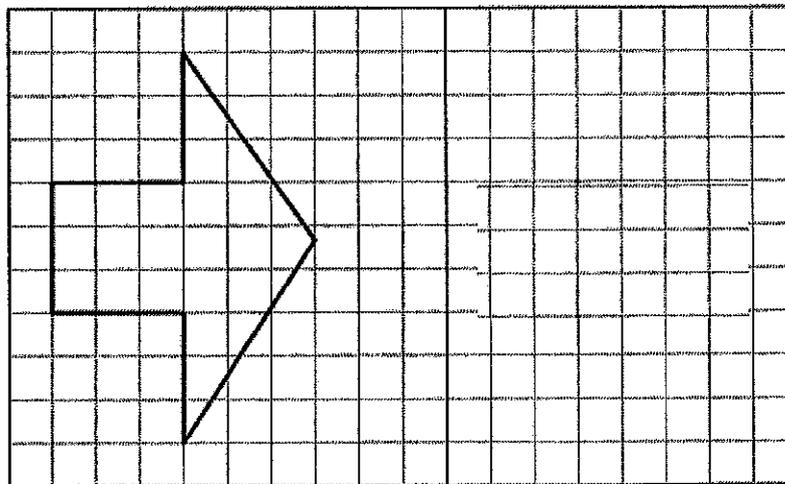
figure 4



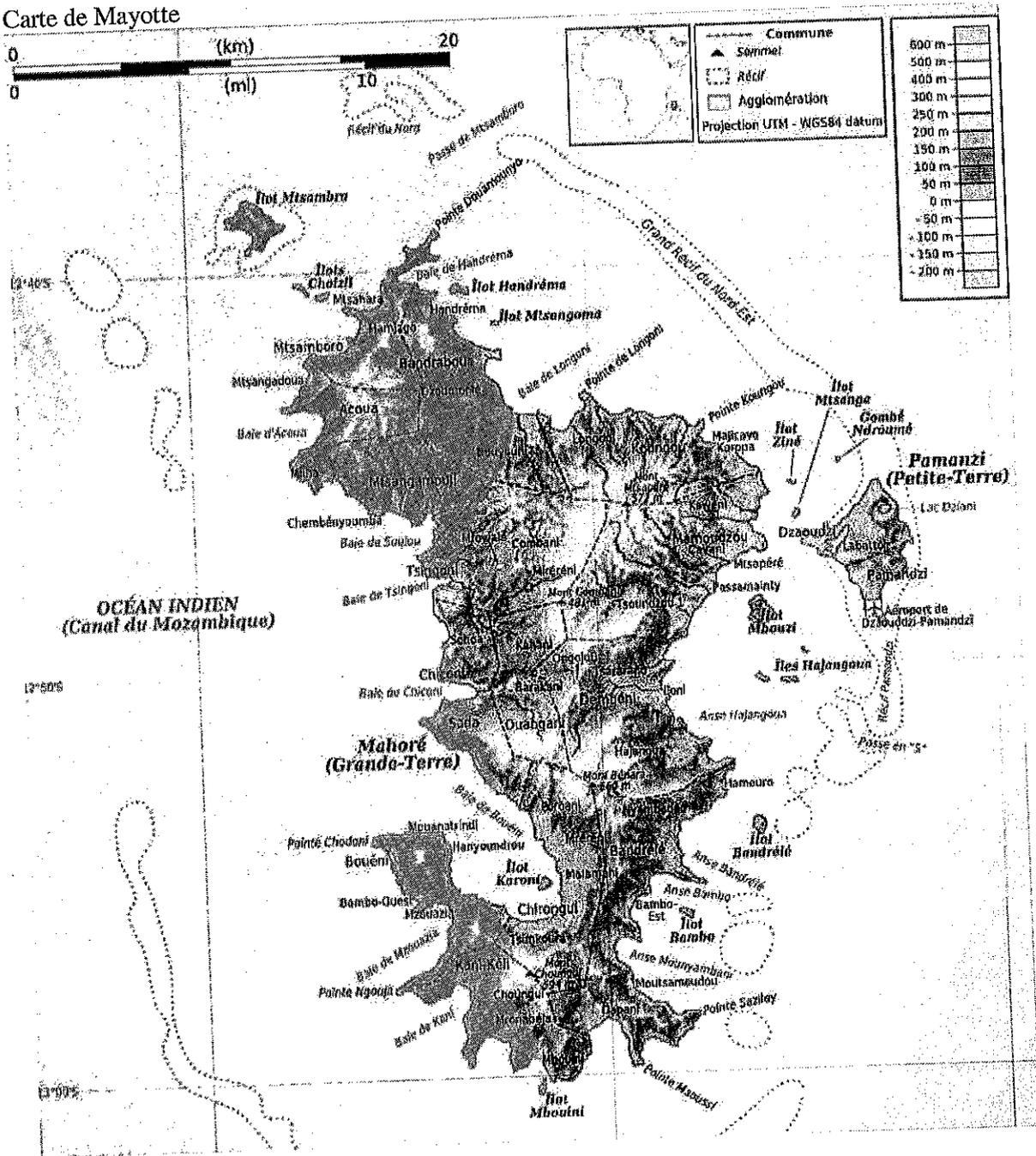
103 : reproduis sur la figure la figure 1, elle sera à l'échelle $\frac{1}{3}$.

figure 1

figure 2



5me
 Activité Carte Mayotte
 Carte de Mayotte



Echelle : $\frac{1}{500.000}$

1 – Quelle distance il y a-t-il sur la carte entre Sada et Kahani ? Avec l'échelle, cela correspond à quelle distance réelle ?

2- mon scoot est sur la réserve d'essence (explication), j'ai une autonomie de 12 km, je suis à Mtsangamouji, ai-je assez d'essence pour aller à la station de Combani ?

Que signifie l'indication « échelle 1/200 000 » sur une carte ?



Associe à chaque échelle le renseignement convenable (au crayon de papier).

| | |
|------------------|---|
| échelle 1 :100 | • |
| échelle 1 : 5000 | • |
| échelle 100 : 1 | • |
| échelle 3 : 50 | • |
| échelle 1 : 1 | • |

| |
|--|
| • 10 cm représentent 1 mm |
| • 6 cm représentent 1 m |
| • 1 cm représente 1 cm |
| • 1 cm représente 1 m |
| •  |