

1) Notion d'équation

Activité

Emma et Idriss choisissent chacun un même nombre de départ puis appliquent un programme de calcul différent. À la fin, ils obtiennent le même résultat.

Dans chacune des trois situations, trouver le nombre qui donne le même résultat.

Situation n° 1

Programme d'Emma

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Multiplier ce nombre par 7.
- ▶ Ajouter 3 au résultat.

Programme d'Idriss

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Multiplier ce nombre par 5.
- ▶ Ajouter 12 au résultat.

Situation n° 2

Programme d'Emma

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Multiplier ce nombre par 3.
- ▶ Soustraire 7 au résultat.

Programme d'Idriss

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Multiplier ce nombre par 8.
- ▶ Ajouter 5 au résultat.

Situation n° 3

Programme d'Emma

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Multiplier ce nombre par 5.
- ▶ Ajouter 3 au résultat.

Programme d'Idriss

- ▶ Choisir un nombre.
- ▶ Multiplier ce nombre par 2.
- ▶ Ajouter 7 au résultat.

1) Résoudre une équation du premier degré

définition

- Une **équation** est une **égalité** qui comporte au moins un nombre de valeur **inconnue**, généralement désigné par une lettre

Cette égalité peut être vraie pour certaines valeurs de l'inconnue et fausse pour d'autres

- Une solution d'une équation est une valeur de **l'inconnue** pour laquelle l'égalité est vraie.
- **Résoudre** une équation, c'est en trouver **toutes les solutions**.

Exemple 1

Résoudre une équation c'est trouver toutes les solutions.

Méthode 1

$$3x + 2 = 5x - 4$$

$$3x + 2 \quad -5x \quad -2 = 5x - 4 \quad -5x \quad -2$$

$$3x - 5x = -4 - 2$$

$$-2x = -6$$

$$\frac{\cancel{-2} \times x}{\cancel{-2}} = \frac{-6}{-2}$$

$$x = 3$$

Conclusion:
la solution de l'équation est 3

Méthode

Résoudre l'équation suivante

$$3x + 2 = 5x - 4$$

$$3x + 2 \quad -5x + 4 = 5x - 4 \quad -5x + 4$$

$$3x - 5x + 2 + 4 = 0$$

$$-2x + 6 = 0$$

$$-2x + 6 \quad -6 = 0 \quad -6$$

$$-2x = -6$$

$$\frac{\cancel{-2} \times x}{\cancel{-2}} = \frac{-6}{-2}$$

$$x = 3$$

Cette méthode, consiste à écrire l'équation sous la forme:

$$ax + b = 0$$

Conclusion:
la solution de l'équation est 3

Remarque:

On peut remarquer que pour résoudre une équation on utilise les propriétés suivantes

- *si $a = b$ alors*
 $a + c = b + c$ et $a - c = b - c$

- *si $a = b$ alors $a \times c = b \times c$*

- *si $a = b$ et $c \neq 0$*
- *Alors $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$*

Exemple 2

$$3(x - 6) = 2 + 5(x - 2)$$

- On développe tout d'abord l'équation

$$3 \times x - 3 \times 6 = 2 + 5 \times x - 5 \times 2$$

$$3x - 18 = 2 + 5x - 10$$

- On obtient une équation « classique » qu'on sait résoudre

$$3x - 5x - 18 + 18 = 2 + 5x - 5x - 10 + 18$$

$$-2x = 2 - 10 + 18$$

$$-2x = 10$$

$$x = -5$$

$$\frac{-2x}{-2} = \frac{10}{-2}$$

2) Equations produits

Résoudre :

$$2x = 0$$

$$2(x + 2) = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$(x - 1)(x + 3) = 0$$

Propriété

On considère un produit de deux facteurs :

- si au moins l'un des facteurs est nul, alors ce produit est nul ;
- si ce produit est nul, alors au moins l'un de ses facteurs est nul.

Exemple 1

On veut résoudre l'équation : $(3x + 4)(2x - 3) = 0$

Cette équation, écrite sous la forme d'un produit égal à 0, peut se traduire par:

$$3x + 4 = 0 \quad \text{ou} \quad 2x - 3 = 0$$

$$3x = -4 \quad \text{ou} \quad 2x = 3$$

$$x = -\frac{4}{3} \quad \text{ou} \quad x = \frac{3}{2}$$

Les solutions de l'équation $(3x + 4)(2x - 3) = 0$ sont $-\frac{4}{3}$ et $\frac{3}{2}$.

Exemple 2

Résoudre l'équation : $x^2 + 7x = 0$

Résoudre l'équation : $x^2 - 16 = 0$

Propriété

a désigne un nombre.

- Si $a > 0$, alors les solutions de l'équation $x^2 = a$ sont \sqrt{a} et $-\sqrt{a}$
- Si $a = 0$, alors la solution de l'équation $x^2 = a$ est 0
- Si $a < 0$, alors l'équation $x^2 = a$ n'a aucune solution

Exemple

$$x^2 = 9$$

$$x^2 - 7 = 0$$

$$x^2 + 1 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0$$